

Sistemas dinâmicos modelando a propagação de doenças infecciosas ("SIR")

Thais Luz Stilck

O trabalho tem como objetivo analisar uma família de sistemas dinâmicos, que descreve de forma simples como uma doença se comporta em meio a uma população:

$$\begin{cases} S' = -\beta SI + \alpha S + \lambda I \\ I' = \beta SI + vI \\ R' = vI + \mu R \end{cases}$$

No qual S representa a taxa de indivíduos suscetíveis a se infectar com a doença, I a taxa de infectados e R a taxa de recuperados. Já as constantes α , λ e μ representam taxas de reprodução dos indivíduos, sendo respectivamente a taxa de reprodução dos indivíduos suscetíveis, infectados e recuperados. β e v , por sua vez, são constantes específicas da doença, sendo β a taxa de infecção dessa doença e v a taxa de recuperação.

Esse sistema é consideravelmente amplo, porém ele por si só já descreve duas peculiaridades principais sobre a doença. A primeira delas pode ser vista quando μR é adicionado em R' , o que em linguagem matemática significa que se trata de uma doença cuja imunidade é transmitida no nascimento, ou seja, o filho de alguém que uma vez contraiu a doença, não pode contrai-la também. Outra característica já explicitada no sistema está no fato de S' ser inteiramente independente de R' . A taxa de suscetíveis ser independente da de recuperados traduz que a doença só pode ser contraída por determinado indivíduo uma vez, depois de recuperado este adquire imunidade.

Além de analisar esse sistema geral, também demos atenção a alguns casos específicos dele, que poderiam descrever outras doenças. Esses casos foram encontrados variando o valor de λ no intervalo $[0, \alpha]$. Seguindo esse caminho e começando com $\lambda = 0$, é possível observar a dinâmica do sistema se alterando, formando novos pontos de equilíbrio e desfazendo órbitas fechadas. Ainda assim, a continuidade é preservada e mesmo quando escolhemos valores para λ que são separatrizes de comportamentos do sistema, vemos que certas semelhanças são mantidas.

Assim, foi analisado como o sistema se comporta por meio de estratégias que não implicam em resolvê-lo explicitamente. Dando atenção a casos específicos deste, de forma que seja possível observar a mudança gradual da dinâmica à medida que mudamos os valores de λ .